Universidad Industrial de Santander

Formación para la Investigación
Escuela de Física, Facultad de Ciencias
Universidad Industrial de Santander
Construimos Futuro

ESTUDIO DE LA AMPLITUD DE LAS OSCILACIONES ARMÓNICAS AMORTIGUADAS Y FORZADAS.

Juan Jose Estevez Osorio - 224046 - Ing Electrónica

Juan David Pabon Pacheco - 2232499 - Ing. Mecánica

Sebastián Castellanos Prada - 2240037 - Ing. Sistemas

-

"La vida es y siempre seguirá siendo una ecuación incapaz de resolver, pero tiene ciertos factores que conocemos."
Nikola Tesla

RESUMEN

El trabajo tuvo como propósito analizar el comportamiento de las oscilaciones armónicas amortiguadas y forzadas utilizando como base experimental el movimiento oscilatorio de varios péndulos.

Se buscó determinar cómo variables como la longitud de la cuerda o la ubicación de las masas afectan el período de oscilación, y a partir de estas mediciones obtener un valor experimental de la gravedad. La práctica se dividió en tres fases: 1)péndulo de Pohl: se registraron oscilaciones libres y forzadas bajo diferentes condiciones (con corriente y con motor), 2)Péndulo reversible: se midió el período variando la posición de las masas. 3)Péndulo simple: se alteró la longitud de la cuerda y se calcularon los periodos correspondientes.

El tratamiento de datos permitió graficar y comparar los resultados, encontrando una buena correspondencia con los valores teóricos y confirmando la aceleración de la gravedad cercana a 9,8 m/s^2

INTRODUCCIÓN

El péndulo simple y el péndulo reversible son dos modelos fascinantes en el campo de la Física, dado que su movimiento cíclico ha sido objeto de un extenso estudio debido a su previsibilidad y a su aplicabilidad en diversas áreas. Ambos ilustran diferentes principios físicos que ayudan a entender cómo el

movimiento oscilatorio del péndulo simple revela la conexión entre la longitud de la cuerda y la gravedad, mientras que el péndulo reversible resalta el efecto de la configuración y ubicación de sus masas. El propósito de esta práctica fue analizar el comportamiento oscilatorio de ambas configuraciones, determinar las variables que influyen en el período de oscilación y, a partir de estos resultados, calcular un valor experimental para la gravedad. Estos modelos son muy importantes en la ingeniería y la física, ya que posibilitan la creación de modelos matemáticos que se pueden aplicar en diversas disciplinas. En campos tales como la ingeniería civil y la mecánica, este conocimiento es fundamental para diseñar estructuras que puedan resistir vibraciones o terremotos, además de tener aplicaciones en dispositivos como los relojes de péndulo, los cuales fueron cruciales en el desarrollo de la medida del tiempo.

Para llevar a cabo el análisis experimental, se realizaron mediciones del período bajo diferentes condiciones. En el caso del péndulo simple, se cambiaba la longitud de la cuerda que sostenía la masa, mientras que en el péndulo reversible se alteraba la ubicación de las masas. El hallazgo más relevante de la práctica fue la confirmación del valor de la gravedad, al contrastar el resultado experimental con el valor de referencia estándar de 9,8 m/s².

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Movimiento Armónico Simple:

El péndulo simple, en condiciones ideales, describe un movimiento armónico simple. Este sistema está formado por una masa puntual suspendida de una cuerda inextensible de longitud L. Al separarlo de su posición de equilibrio y soltarlo, comienza a oscilar alrededor de ella debido a la componente tangencial de su peso, la cual actúa siempre dirigida hacia la posición de equilibrio y en oposición al desplazamiento. En general, cuando un sistema está sujeto a una fuerza restauradora proporcional a su desplazamiento, se produce un movimiento armónico simple. Al aplicar la segunda ley de Newton a este caso, se obtiene:

$$ma = -mgsen\theta \qquad (1)$$

Si la frecuencia es $w^2 = g/L$, se puede escribir

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}sen\theta \qquad (2)$$

Si el ángulo es pequeño, entonces se puede usar

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} * \theta \quad (3)$$

La función θ(t) que satisface la ecuación diferencial de segundo orden es:

$$\theta(t) = \theta * cos(wt + \Phi) \quad (4)$$

Donde el ángulo sub-cero es la amplitud del movimiento oscilador, w es la frecuencia y se tiene el desfase. El periodo para medirlo en el tiempo que se demora en hacer una oscilación está dado por:

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi * \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (5)$$

Ahora se tiene en cuenta un cuerpo rígido, que tiene oscilación alrededor de 0 a una distancia del centro de masa. El momento de torsión alrededor del eje de giro es dado por la gravedad:

$$-m * g * d * sen\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (6)$$

Si se tiene que el ángulo es pequeño y es correcta la aproximación senθ=θ; se tiene que la frecuencia w es :

$$w = \sqrt{\frac{m*g*d}{I}} \quad (7)$$

Entonces el periodo es:

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi * \sqrt{\frac{I}{m*g*d}} \quad (8)$$

Para el péndulo reversible se tiene que se puede obtener el valor de la aceleración de la gravedad a partir de la ecuación

$$g = \frac{4\pi^2*d}{T^2} \quad (9)$$

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo general:

Estudiar el M.A.S del péndulo simple y péndulo reversible.

3.2 Objetivos específicos:

- Examinar la dependencia del periodo de oscilación de un péndulo simple con su longitud, midiendo diferentes valores de L y comparando los resultados experimentales con la relación teórica para identificar posibles fuentes de error
- Determinar el valor experimental de la gravedad en el sistema de péndulo reversible a partir de la sincronización de sus períodos al invertir el eje de suspensión
- Identificar y cuantificar las fuentes de error para determinar su impacto en la exactitud del valor de g obtenido

METODOLOGÍA

El desarrollo del proyecto se realizó en dos etapas, en las cuales se hizo la recolección de los datos y posteriormente su respectivo análisis. En la primera fase, a partir de hallar el periodo de oscilación del péndulo, hallamos el valor experimental de la gravedad. En la segunda fase, de la misma forma, se analizó el periodo del péndulo simple en función de su longitud y se obtuvo el valor experimental de la gravedad

Fase 1:

Primero se debe llevar a cabo el montaje de la figura 1. La masa m1 = 1000[g] se posicionó de manera estable en comparación con el punto de suspensión H_1. Después se modificó la distancia x_1, que representa la distancia que se comprende,a partir de H_1 hasta el peso m_2 = 1400[g]. Luego, el péndulo fue removido de su posición de equilibrio hacia un punto específico.pequeño ángulo inferior a 20 grados y se registraron 3 tiempos tras 10 oscilaciones. Este se llevó a cabo el procedimiento para diversas distancias x_1. Posteriormente, se invirtió la posición del péndulo cambiando el eje de suspensión a H_2 como se muestra en la **figura 2,** luego se repitió el procedimiento anterior registrando 3 tiempos después de 10 oscilaciones. Promediamos los valores del tiempo en cada distancia y se determinó el periodo de T y T´. Para hallar el valor del periodo usamos la ecuación (8) y para hallar el de la gravedad usamos la ecuación (9)

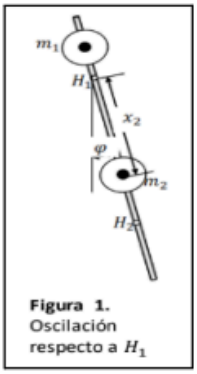

Figura 1. Oscilación respecto a H_1

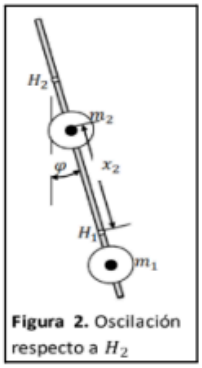

Figura 2. Oscilación respecto a H_2

Fase 2:

Para esta fase, usamos un péndulo simple de longitud L, como se muestra en la **figura 3,** sujetando una masa a un hilo inextensible, para luego separarlo de su punto de equilibrio a un ángulo menor a 15 grados. Se tomaron 3 tiempos después de 10 oscilaciones para cada una de las 10 longitudes. Por último, se calculó el promedio de los tiempos de cada longitud L , el periodo T en cada longitud, de la misma forma usamos la ecuación (8) para hallar dichos periodos

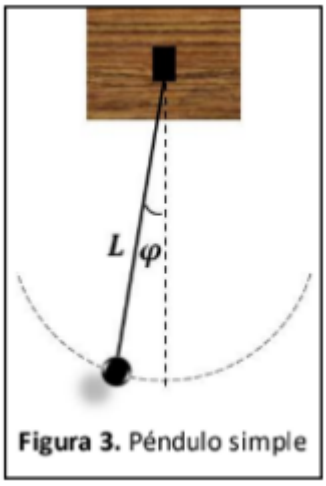

Figura 3. Péndulo simple

Por último, se analizó el período en ambos péndulos. Para el péndulo reversible, se determinaron las ecuaciones mediante regresión cuadrática, se graficaron T'^2 y T^2 contra x y se consiguió el valor experimental de la gravedad . Para el péndulo simple, se gráfico T^2 contra L y se ajustó la ecuación con

regresión lineal para determinar el valor de la gravedad y se calculó el porcentaje de error respecto al valor estándar 9.81 m/s^2

TRATAMIENTO DE DATOS.

Tabla de datos obtenida mediante la práctica de laboratorio. Se calculó T (periodo) usando el tiempo promedio de las mediciones y T^2 para realizar la regresión cuadrática.

Péndulo oscilando respecto a H_1 N = 10 oscilaciones						
X_2 (m)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	$t_{promedio}$(s)	T(s)	$T^2(s^2)$
0,85	19,68	19,84	20,40	19,97	1,99	3,99
0,80	19,86	19,53	20,70	20,03	2,00	4,01
0,75	19,29	19,36	19,10	19,25	1,92	3,70
0,70	19,08	18,93	19,09	19,03	1,90	3,62
0,65	18,92	19,02	18,54	18,82	1,88	3,54
0,60	18,62	18,75	18,47	18,61	1,86	3,46
0,55	18,59	17,86	18,63	18,36	1,84	3,37
0,50	19,59	18,17	20,44	19,4	1,94	3,76

Tabla 1: Péndulo compuesto respecto a H_1.

Tabla de datos obtenida mediante la práctica de laboratorio. Se calculó T' (periodo) usando el tiempo promedio de las mediciones y T'^2 para realizar la regresión cuadrática.

Péndulo oscilando respecto a H_2 N = 10 oscilaciones						
X_2 (m)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	$t'_{promedio}$(s)	T'(s)	$T'^2(s^2)$
0,85	19,22	19,22	19,93	19,46	1,95	3,79
0,80	19,85	19,56	19,65	19,69	1,97	3,88
0,75	19,21	19,66	19,45	19,44	1,94	3,78
0,70	19,11	19,52	19,34	19,32	1,93	3,73
0,65	18,97	19,40	19,15	19,17	1,92	3,68
0,60	19,68	19,41	19,42	19,50	1,95	3,80
0,55	19,35	18,84	19,24	19,14	1,91	3,66
0,50	19,18	18,95	19,51	19,21	1,92	3,69

Tabla 2: Péndulo compuesto respecto a H_2.

Tabla de la desviación estándar de T y T'

T(s)	σT(s)	T'(s)	σT'(s)
1,99	0,04	1,95	0,04
2,00	0,06	1,97	0,01
1,92	0,01	1,94	0,02
1,90	0,01	1,93	0,02
1,88	0,02	1,92	0,02

1,86	0,01	1,95	0,01
1,84	0,04	1,91	0,03
1,94	0,11	1,92	0,03

Tabla 3: Desviación estándar.

Tabla de datos obtenida durante la práctica de laboratorio. Posteriormente se calculó T(periodo)

Péndulo simple N = 10 oscilaciones						
L(m)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	$t_{promedio}$(s)	T(s)	$T^2(s^2)$
0,26	11,10	11,14	11,4	11.21	1,12	1,26
0,37	12,52	12,7	13,01	12.74	1,27	1,62
0,41	13,95	14,02	14,33	14.10	1,41	1,99
0,48	14,52	14,57	14,44	14.51	1,45	2,10
0,58	15,77	15,73	15,55	15.68	1,57	2,46
0,65	17,86	16,55	16.43	16.95	1,69	2,87
0,78	17,76	17,83	17,76	17.78	1,78	3,16

Tabla 4: Péndulo simple

$$t_{promedio}(s) = \frac{t1(s) + t2(s) + t3(s)}{3}$$

$$T(s) = \frac{tpromedio(s)}{N}$$

Péndulo reversible

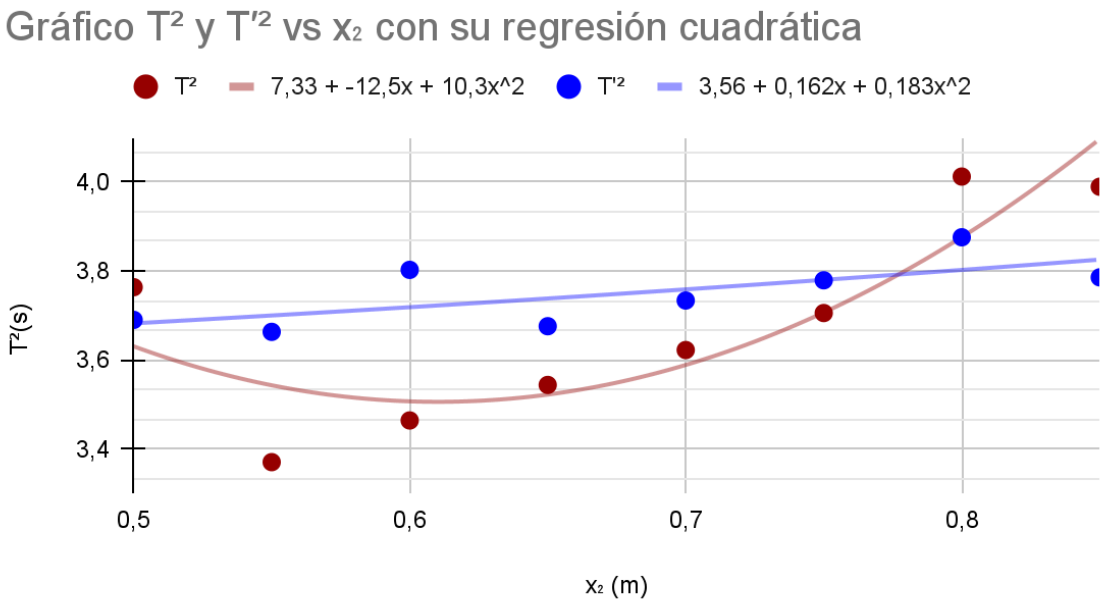

Figura 4: Gráfico T^2 y T'^2 vs x_2

Puntos de intersección

1. Igualar las dos ecuaciones de las rectas:

$$7{,}33 + -12{,}5x + 10{,}3x^2 = 3{,}56 + 0{,}162x + 0{,}183x^2$$

2. Resolver para x:

$$(10{,}3-0{,}183)x^2+(-12{,}5-0{,}162)x+(7{,}33-3{,}56)=0$$

$10{,}117x^2 - 12{,}662x + 3{,}77 = 0$

$x = \frac{12{,}662 \pm \sqrt{7{,}761884}}{2(10{,}117)}$

$x_1 = 0{,}7634$

$x_2 = 0{,}4881$

3. Reemplazar en las ecuaciones:

$T^2(x_1) = 7{,}33 + -12{,}5x + 10{,}3x^2$

$= 7{,}33 + -12{,}5(0{,}7634) + 10{,}3(0{,}7634)^2$

$= 3{,}7901$

$T^2(x_2) = 7{,}33 + -12{,}5x + 10{,}3x^2$

$= 7{,}33 + -12{,}5(0{,}4881) + 10{,}3(0{,}4881)^2$

$= 3{,}6826$

$T'^2(x_1) = 3{,}56 + 0{,}162x + 0{,}183x^2$

$= 3{,}56 + 0{,}162(0{,}7634) + 0{,}183(0{,}7634)^2$

$= 3{,}7903$

$T'^2(x_2) = 3{,}56 + 0{,}162x + 0{,}183x^2$

$= 3{,}56 + 0{,}162(0{,}4881) + 0{,}183(0{,}4881)^2$

$= 3{,}6826$

4. Calcular valor promedio de $T^2_{promedio}$

$T^2_{promedio} = (T^2(x_1) + T^2(x_2) + T'^2(x_1) + T'^2(x_2)) / 4 = 3{,}7362$

$T^2_{promedio} = 3{,}7364$

Cálculo experimental de la gravedad

$g = 4\pi^2 d / T^2_{promedio}$ asumiendo d = 0,99m

$g = 4\pi^2(0,99) / 3,7364 = 10,46$

$g = 10,46\ (m/s^2)$

Calculo de error respecto al valor teórico de la aceleración

$$\% \text{ error} = \frac{10,46 - 9,81}{9,81} * 100$$

% error = 6,63 %

Pendulo simple

gT^2	$4\pi^2L$
1,26	10,26
1,62	14,60
1,99	16,18
2,10	18,94
2,46	22,89
2,87	25.66
3,16	30.79

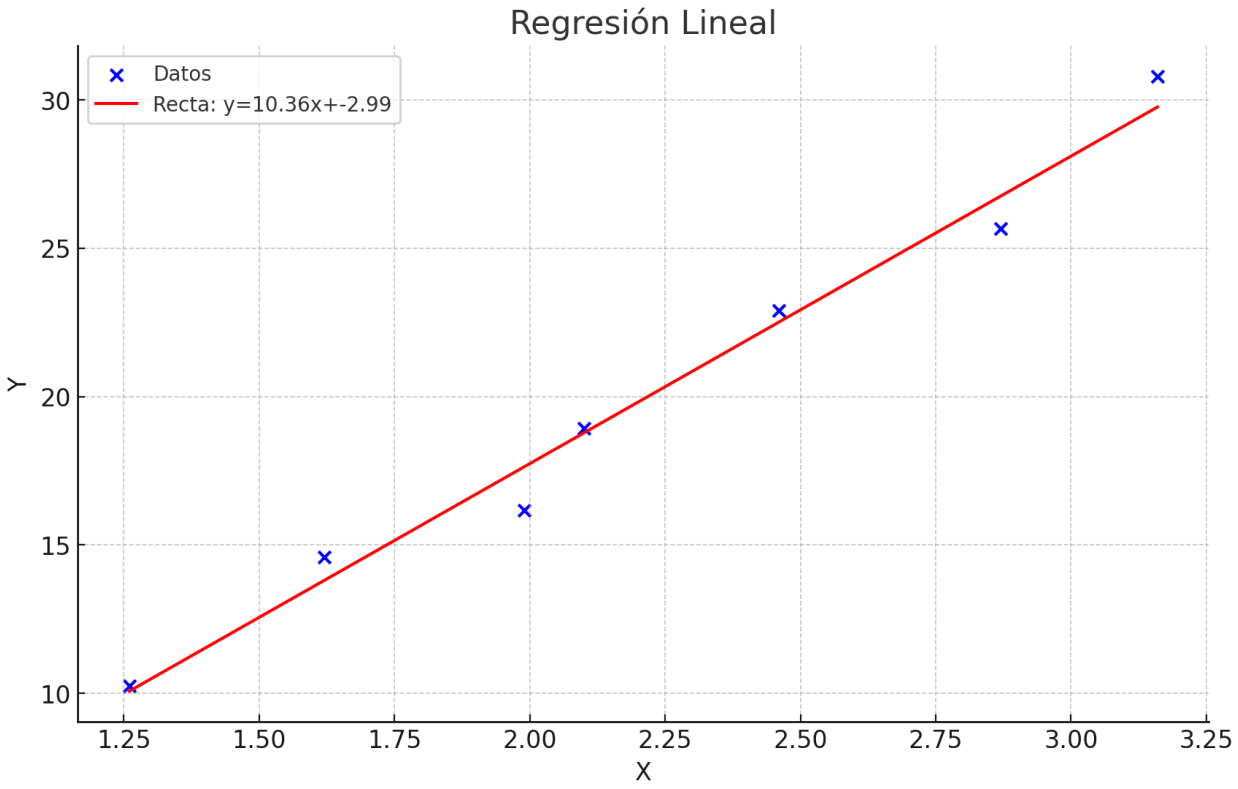

Imagen 2.1 [Relación entre el tiempo de n oscilaciones con respecto a la distancia**]**

Relación entre el periodo al cuadrado y la amplitud, la pendiente es 10.36 la cuál es el valor obtenido de m/s^2 la gravedad en el péndulo simple, un valor aproximado a 9, 81 que fue el valor estándar que tomamos, m/s^2 con más mediciones se lograría una mayor precisión. Con estos valores encontramos un error porcentual del 5,60% en el péndulo simple

$$\%Error = [\frac{9.81 - 10.36}{9.81}] * 100$$

$$\%Error = 5.60\%$$

Desviación estándar

T(s)	σ [desviación estándar]	$T^2(s^2)$	σ[desviación estándar]
1,12	± 0.03	1,26	±0.01
1,27	± 0.04	1,62	±0.02
1,41	± 0.01	1,99	±0.01
1,45	±0.02	2,10	±0.04
1,57	±0.01	2,46	±0.01
1,69	±0.01	2,87	±0.01
1,78	±0.02	3,16	±0.02

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El tratamiento de datos revela que para cada medición se registraron tres tiempos, cuyos promedios se utilizaron para obtener el período de oscilación dividiendo el tiempo total por 10 oscilaciones. A partir de estos valores se calculó T^2 y la longitud (en el caso del péndulo simple) o la distancia x (en el reversible). 2 La recta de regresión obtenida en la gráfica del péndulo simple fue de la forma y = 10.36x-2.99, interpretándose la pendiente de 10.36 como el valor experimental de la aceleración de la gravedad en el (m/s^2) péndulo simple. Las bajas desviaciones estándar en cada conjunto de datos indican que, a pesar de las limitaciones inherentes al uso de cronómetros manuales y de la dificultad para mantener de forma constante un ángulo pequeño, las mediciones fueron relativamente consistentes y reproducibles.

La comparación entre el valor experimental obtenido (10.36 m/s^2) y el tomado como valor estándar (9.81 m/s^2) arroja un error relativo de 5.60%, un margen que se considera razonable en un contexto de laboratorio donde se emplean instrumentos de medición manual y donde intervienen factores como la coordinación para medir los tiempos, tiempo de reacción al utilizar el cronómetro y la precisión en la medición de la longitud y ángulo del péndulo, además realizamos los tres cálculos al tiempo y no separado como sería preferencialmente, lo que también genera ciertos errores .

En el péndulo reversible, obtuvimos un valor de la gravedad de g = 10.46 , más alejado al valor (m/s^2) estándar de 9.81 m/s^2, con un error porcentual mayor (6.63%). Esto indica una medición de menor

precisión y mayor margen de error en comparación con el péndulo simple. La diferencia podría deberse a factores como la mayor probabilidad de errores en el péndulo invertido, tales como una mala calibración del péndulo a la hora de realizar las oscilaciones o imprecisiones en la medición del tiempo.

CONCLUSIONES

A través del experimento, se logró comprender el Movimiento Armónico Simple aplicados al péndulo simple y al péndulo reversible , verificando su comportamiento y las variables que influyen en su oscilación, las cuales son su masa, el largo de la cuerda en el caso del péndulo simple, y la distribución de la masa en el péndulo reversible. También se obtuvo el período experimental de oscilación con una variación estándar, lo que indica una buena precisión en las mediciones y en la aplicación del método experimental.

A pesar de obtener errores de 5,60% y 6,63% se obtuvieron mediciones aproximadas al valor deseado que es 9.81 (m/s^2), teniendo en cuenta errores humanos que pudieron ocurrir durante el experimento el resultado aunque mejorable puede ser considerado aceptable. Dichos errores pudieron ser mal toma de tiempos, puesto que intervenía el tiempo de reacción para poder detener el cronómetro a la hora de cumplir la décima oscilación, también pudo deberse al cronómetro usado, o diversos factores que provocaron dicho porcentaje. No obstante, el experimento puede considerarse satisfactorio, ya que aunque hubo diferencias con el valor estándar, especialmente en el péndulo reversible, los resultados del péndulo simple muestran un error reducido. Esto sugiere que, a pesar de las posibles fuentes de error, la metodología empleada permitió obtener una aproximación aceptable del valor de la gravedad.Lo que da veracidad al modelo

REFERENCIAS

Hecht, E. (1997). Física en Perspectiva. México: educativa.

Serway, J. (2013). Física. México: Thomson.

Susan M Lea, J. R. (2000). Física. Vol 1. La naturaleza de las cosas. México: Thomson.

Strelkov S. Mecánica. Editorial Mir. 1978. Pág 428.

Información ofrecida por MSc. José Ramón Ávila Cruz (JC Puerto Padre V).

ANEXOS

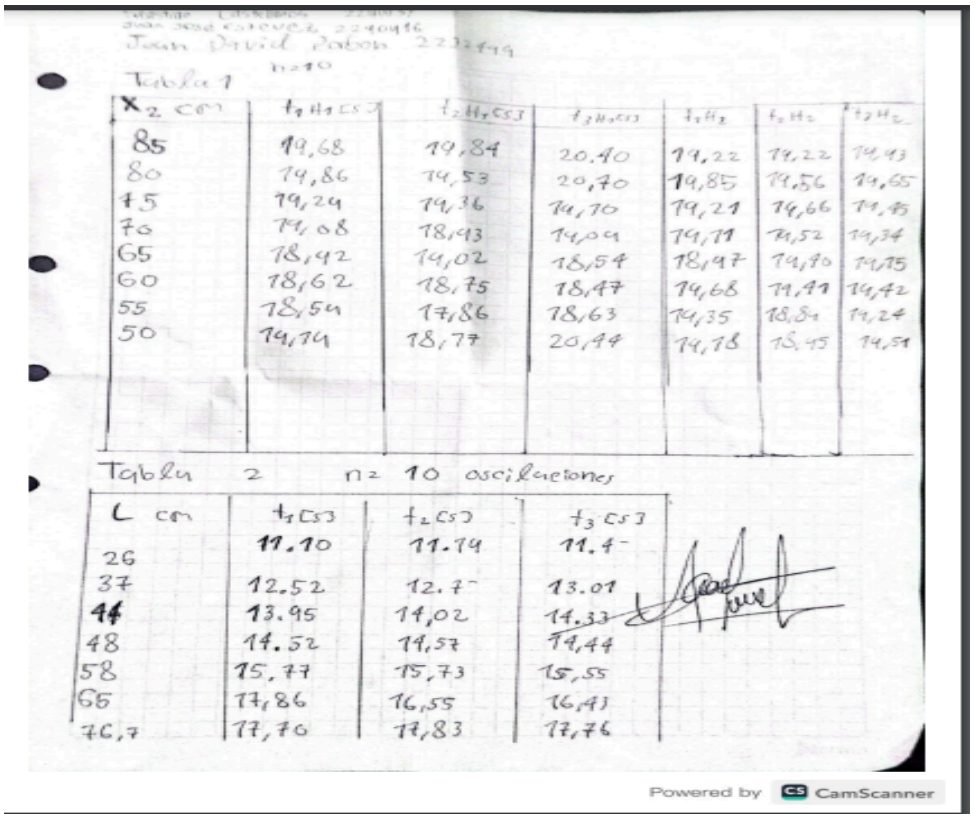

Tabla 1 n=10

X2 cm	t1 H1 CS3	t2 H1 CS3	t3 H1 CS3	t1 H2	t2 H2	t3 H2
85	19,68	19,84	20.40	19,22	19,22	19,43
80	19,86	19,53	20,70	19,85	19,56	19,65
75	19,24	19,36	19,70	19,21	19,66	19,45
70	19,08	18,93	19,04	19,11	19,52	19,34
65	18,92	19,02	18,54	18,97	19,10	19,15
60	18,62	18,75	18,47	19,68	19,41	19,42
55	18,54	17,86	18,63	19,35	18,84	19,24
50	19,14	18,77	20,44	19,18	18,45	19,51

Tabla 2 n= 10 oscilaciones

L cm	t1 CS3	t2 CS3	t3 CS3
	11.10	11.14	11.4
26			
37	12.52	12.7	13.01
44	13.95	14,02	14.33
48	14.52	14,57	14,44
58	15,77	15,73	15,55
65	17,86	16,55	16,41
76,7	17,70	17,83	17,76

Powered by CamScanner

Datos tomados en el laboratorio.